

Matemaatika

Kooliaste: gümnaasium

1. Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Õpetusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest ning esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 2) valib, tõlgendab ja seostab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) arutleb loogiliselt ja loovalt, arendab oma intuitsiooni;
- 4) püstitab matemaatilisi hüpoteese ning põhjendab ja tõestab neid;
- 5) modelleerib erinevate valdkondade probleeme matemaatilisel ja hindab kriitiliselt matemaatilisi mudeleid;
- 6) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 7) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid ning hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
- 8) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

2. Õppeaine kirjeldus

Lai matemaatika

Lai matemaatika annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamisest igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid, kasutades arvutit ning vastavat tarkvara. Olulisel kohal on tõestamine ja põhjendamine. Õppeaine koosneb neljateistkümnest kohustuslikust kursusest

Laias matemaatikas käsitletakse mõisteid ja meetodeid, mida on vaja matemaatikateaduse olemusest arusaamiseks. Lai matemaatika kava ei rahulda matemaatika süvaõppe vajadusi. Matemaatikast enamhuvituvatel õpilastel on võimalik kasutada valikainete õpiaega, üleriigilisi süvaõppevorme ja individuaalõpet.

Ainekavas esitatud valikkursusi võib lisada nii kitsale kui ka laiale matemaatikale. Kitsale matemaatikale võib valikkursustena lisada ka laia matemaatika kursusi.

Lai matemaatika läbimine võimaldab jätkata õpinguid.

Lai kursus

Lai matemaatika kohustuslikud kursused on:

1. „Arvuhulgad. Avaldised”
2. „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”
3. „Võrratused. Trigonomeetria I”
4. „Trigonomeetria II”
5. „Vektor tasandil. Joone võrrand”
6. „Tõenäosus, statistika”
7. „Funktsioonid I. Arvjadad”
8. „Funktsioonid”
9. „Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”
10. „Tuletise rakendused”
11. „Integraal. Planimeetria kordamine”
12. „Geomeetria I”
13. „Geomeetria II”
14. „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine”

Õpitulemus

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) mõistab ja rakendab õpitud matemaatilisi meetodeid ning protseduure;
- 2) arutleb loogiliselt ja loovalt, formaliseerib oma matemaatilisi mõttekäike;
- 3) hindab oma matemaatilisi teadmisi, mõistab reaalariduse olulisust ühiskonnas ning arvestab seda, kavandades oma edasist tegevust;
- 4) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 5) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;
- 6) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid;

- 7) teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi ja võrratusesüsteeme;
- 8) teisendab trigonomeetrilisi avaldisi ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
- 9) koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;
- 10) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 11) uurib funktsioone tuletise põhjal;
- 12) tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalaid ja ruumalaid (ka integraali abil).

3. Kursuste teemad, õppesisu ja õpitulemused

I kursus „Avaldised ja arvuhulgad“

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab naturaalarvude hulga N , täisarvude hulga Z , ratsionaalarvude hulga Q , irratsionaalarvude hulga I ja reaalarvude hulga R omadusi;
- 2) defineerib arvu absoluutväärtuse;
- 3) märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;
- 4) teisendab naturaalarve kahendsüsteemi;
- 5) esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
- 6) sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
- 7) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi;
- 8) lahendab rakendussisuga ülesandeid (sh protsentülesanded).

Õppesisu

Naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z , ratsionaalarvude hulk Q , irratsionaalarvude hulk I jareaarvude hulk R , nende omadused. Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Arvusüsteemid (kahendsüsteemi näitel). Ratsionaal- ja irratsionaalavaldised. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Tehted astmete ja juurtega.

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 4) lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
- 5) lahendab võrrandisüsteeme;
- 6) lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil;
- 7) kasutab arvutialgebra programmi determinante arvutades ning võrrandeid ja võrrandisüsteeme lahendades.

Õppesisu

Võrdus, võrrand, samasus. Võrrandite samaväärsus, samaväärsusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid ning nendeks taanduvad võrrandid. Üht absoluutväärtust sisaldav võrrandisüsteemid, kus vähemalt üks võrranditest on lineaarvõrrand. Kahe- ja kolmerealine determinant. Tekstülesanded.

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratuseid ning lihtsamaid võrratusesüsteeme;
- 4) kasutab arvutit, lahendades võrratuseid ja võrratusesüsteeme;
- 5) leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende

väärtuste järgi nurga suuruse;

- 6) lahendab täisnurkse kolmnurga;
- 7) kasutab täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
- 8) kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid.

Õppesisu

Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaarvõrratused. Ruutvõrratused. Intervallmeetod. Lihtsamad murdvõrratused. Võrratusesüsteemid. Teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas.

IV kursus „Trigonomeetria II”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi;
- 2) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 3) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; tuletab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;
- 4) tuletab ja teab mõningate nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpseid väärtusi; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
- 5) leiab taskuarvutil trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;
- 7) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
- 8) tõestab siinus- ja koosinusteoreemi;
- 9) lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;
- 10) rakendab trigonomeetria, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid.

Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised

funktsioonid. Nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahel. Taandamisvalemid. Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised avaldised. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Kolmnurga pindala valemid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine. Rakendusülesanded.

V kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab mõisteid *vektor*, *ühik-*, *null-* ja *vastandvektor*, *vektori koordinaadid*, *kahe vektori vaheline nurk*;
- 2) liidab, lahutab ja korrutab vektoreid arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 3) arvutab kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab vektoreid füüsikalise sisuga ülesannetes;
- 4) kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) lahendab kolmnurka vektorite abil;
- 6) leiab lõigu keskpunkti koordinaadid;
- 7) tuletab ja koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel;
- 8) koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi; leiab kahe joone lõikepunktid.

Õppesisu

Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Vektorite võrdsus. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektorite liitmine ja lahutamine. Vektori korrutamine arvuga. Lõigu keskpunkti koordinaadid. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi, vektorite ristseis. Kolmnurkade lahendamine vektorite abil.

Sirge võrrand. Sirge üldvõrrand. Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Ringjoone võrrand. Parabool $y=ax^2+bx+c$ ja hüperbool $y=a/x$ Joone võrrandi mõiste. Kahe joone lõikepunkt.

VI kursuse „Tõenäosus, statistika“

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust ning selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet, liike ja omadusi;
- 2) selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;
- 3) selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust;
- 4) arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;
- 5) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoom- ja normaaljaotust; kasutab Bernoulli valemit tõenäosust arvutades;
- 6) selgitab valimi ja üldkogumi mõistet, andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
- 8) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 9) kogub andmestiku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega

Õppesisu

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetiline tõenäosus. Sündmuste liigid: sõltuvad ja sõltumatud, välistavad ja mittevälistavad. Tõenäosuste liitmine ja korrutamine. Bernoulli valem. Diskreetne ja pidev juhuslik suurus, binoomjaotus, jaotuspolügoon ning arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve). Rakendusülesanded. Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Korrelatsiooniväli. Lineaarne korrelatsioonikordaja. Normaaljaotus (näidete varal). Statistilise

otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötlaste projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

VII kursuse „Funktsioonid I. Arvjadad“

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
- 2) kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega;
- 3) selgitab pöördfunktsiooni mõistet, leiab lihtsama funktsiooni pöördfunktsiooni ning skitseerib või joonestab vastavad graafikud;
- 4) esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;
- 5) leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliselt; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;
- 6) uurib arvutiga ning kirjeldab funktsiooni $y = f(x)$ graafiku seost funktsioonide $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = a f(x)$ graafikutega;
- 7) selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
- 8) tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese n liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemid ülesandeid lahendades;
- 9) selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude π ja e tähendust;
- 10) lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.

Õppesisu

Funktsioonid $y=ax+b$, $y=ax^2+bx+c$, $y=a/x$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähist.

Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide $y=x$, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=x-1$, $y=x$, $y=3x$, $y=x-2$, $y=|x|$ graafikud ja omadused. Liitfunktsioon. Pöördfunktsioon. Funktsioonide $y = f(x)$, $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = a f(x)$ graafikud arvutil. Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid. Aritmeetiline jada, selle

omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Geomeetiline jada, selle omadused. Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Hääbuv geomeetiline jada, selle summa. Arv e piirväärtusena. Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv π . Rakendusülesanded.

VIII kursus „Funktsioonid II”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
- 2) lahendab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise ülesandeid;
- 3) kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni $y = ex$ omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmi ning potentsierib lihtsamaid avaldisi;
- 5) kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi;
- 6) joonestab eksponent- ja logaritmifunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 7) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid ning -võrratusi;
- 8) kasutab eksponent- ja logaritmifunktsioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.

Õppesisu

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Eksponentfunktsioon, selle graafik ja omadused. Arvu logaritm. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentsierimine. Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele. Logaritmifunktsioon, selle graafik ja omadused. Eksponent- ja logaritmivõrrand, nende lahendamine. Rakendusülesandeid eksponent- ja logaritmivõrrandite kohta. Eksponent- ja logaritmivõrratus.

IX kursus „Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni mõistet;
- 2) joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 3) leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi;
- 4) selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
- 5) tuletab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirjad ning rakendab neid;
- 6) leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.

Õppesisu

Funktsiooni perioodilisus. Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused.

Mõisted $\arcsin m$, $\arccos m$, $\arctan m$. Lihtsamad trigonomeetrilised võrrandid.

Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus.

Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise

geomeetriline tähendus. Funktsioonide summa ja vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise

tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Liitfunktsiooni tuletis.

Funktsiooni teine tuletis. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja

logaritmfunktsiooni tuletis. Tuletiste tabel.

X kursus „Tuletise rakendused“

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi;
- 2) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
- 3) leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid; funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti;

- 4) uurib funktsiooni täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku;
- 5) leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
- 6) lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid (sh majandussisuga).

Õppesisu

Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik; funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähimväärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal. Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid. Ekstreemumülesanded.

XI kursus „Integraal. Planimeetria kordamine”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli, integraali omaduste ja muutuja vahetuse järgi;
- 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides;
- 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
- 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- 5) selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite ümbermõõdu ja ruumala arvutamist;
- 6) lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid;
- 7) kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.

Õppesisu

Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste. Integraali omadused. Muutuja vahetus integreerimisel. Kõvertrapets, selle pindala piirväärtusena. Määratud integraal, Newtoni-Leibnizi valem. Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala, hulktahuka pöördkeha ruumala ning töö arvutamisel. Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga

poolitaja, selle omadus. Kolmnurga siseja ümberringjoon. Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus. Kolmnurga kesklõik, selle omadus. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade übermõõtude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Rakenduslikud geomeetriaülesanded.

XII kursus „Geomeetria I”

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) kirjeldab punkti koordinaate ruumis;
- 2) selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
- 3) tuletab sirge ja tasandi võrrandid ning kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
- 4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga;
- 5) koostab sirge ja tasandi võrrandeid;
- 6) määrab võrranditega antud kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nurga nende vahel;
- 7) kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.

Õppesisu

Stereomeetria asendilaused: nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel, sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus, kolme ristsirge teoreem, hulknurga projektsiooni pindala. Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis, punkti kohavektor. Vektori koordinaadid ruumis, vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus, vektori avaldamine kolme mis tahes mittekomplanaarse vektori kaudu. Kahe vektori skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk. Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand. Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine, sirge ja tasandi lõikepunkt, võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine. Rakendusülesanded.

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) kirjeldab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid;
- 2) tuletab silindri, koonuse või kera ruumala valemi;
- 3) kujutab joonisel prisma, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 4) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
- 5) kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.

Õppesisu

Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala, korrapärased hulktahukad. Pöördkehad; silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala, kera segment, kiht, vöö ja sektor.

Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga.

Rakendusülesanded.

Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel.

Õppesisu

Matmudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil.

Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne). Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele (tasku- ja personaalarvutid). Käsitleda meetermõõdustiku teket, levikut, selle seost Pariisi Kommuuniga, teaduse ja tehnika revolutsiooniga, jne. Seda teemat sügavuti avades on võimalik kasutada nii matemaatikat kui ka ajalugu, ühiskonnaõpetust, geograafiat, kirjandust, võõrkeeli jt õppeaineid. Küllap on reaalses koolitöös selliseid metateemasid siiski raske erinevate ainete sama nädala tundide kavasse lülitada ilma õppeainete loogilist struktuuri kahjustamata. Seevastu on interdistsiplinaarset vaadet teemale kerge rakendada õpilaste loovtöodes, uurimistöodes, kollektiivsete ettekannete koostamises õpilaste teaduskonverentsiks, projektõppes vms. Oluline on kavandada kooli õppekavas õpilastel tekkinud sisemise lõimingu taseme määramist.

6. Ettevõtlikkusõpe

Ettevõtlikkuspädevuse arendamine peaks matemaatikas olema kesksel kohal. Uute matemaatiliste teadmiseni jõutakse sageli vaadeldavate objektide omaduste analüüsimise kaudu: uuritakse objektide ühiseid omadusi, selle alusel sõnastatakse hüpotees ja otsitakse ideid selle kehtivuse põhjendamiseks. Säärase tegevuse käigus arenevad oskus näha ja sõnastada probleeme, genereerida ideid ning kontrollida nende headust. Tõenäosusteooria ja funktsioonidega (eeskätt selle ekstreemumiga) seotud ülesannete lahendamise kaudu õpitakse uurima objekti muutusi, mille on põhjustanud erinevad parameetrid, hindama riske ning otsima optimaalseid lahendusi. Ühele ülesandele erinevate lahenduste leidmine arendab paindlikku mõtlemist ja ideede genereerimise oskust. Ettevõtlikkuspädevust arendatakse ka mitmete eluliste andmetega ülesannete lahendamise ning pikemate projektitööde kaudu.

7. Lõiming

Matemaatikaõpetuse lõimimise eeldused vertikaalselt (ainesiseselt) loob ainekavas pakutud kursuste järjestus. Matemaatikaõpetuse lõimimine horisontaalselt (teiste ainevaldkondade õpetusega ja õppeainetevälise infoga) vajab igas koolis erinevate ainete õpetajate tihedat koostööd nii kooli õppekava koostamisel kui ka selle realiseerimisel. Kooli õppekavas on vaja esile tuua ainetevahelised ja aineteüleised teemad, mida on vaja lõimida, märkides igas ainekavas nende teemade koha kalendaarselt ja ulatuselt. Lõimimise organiseerimise lihtsaim viis on, kui erinevate ainete õpetajad viitavad teemat käsitledes õpilaste varasematele või ka ees ootavatele kokkupuudetele selle teemaga teiste ainete õppimisel. Oluline on, et erinevate ainete õpetajad teaksid sama teema käsituslaadi ja sügavust teistes ainetes ning oskaksid erisuste korral sellele tähelepanu juhtida. Tavapäraselt käsitletakse teemat ajaliselt varem või samal ajal matemaatikas ning seejärel teistes ainetes. Samas on võimalik ka teistpidine järjekord. Näiteks võib füüsikas rääkida vektoriaalsetest suurustest enne vektori käsitlust matemaatikas. Olenemata sellest, kummas aines vektorist varem räägitakse, peavad mõlemad õpetajad selle teema juures juhtima tähelepanu vektori tavapärasele erisusele matemaatikas ja füüsikas. Ühelt poolt kujuneb õpilastel teistes ainevaldkondades rakendatavate matemaatiliste meetodite kasutamise kaudu arusaamine matemaatikast kui oma universaalse keele ja meetoditega teisi ainevaldkondi toetavast ja lõimivast baasteadusest. Teiselt poolt annab teistest ainevaldkondadest ja reaalsusest tulenevate ülesannete kasutamine matemaatikakursuses õpilastele ettekujutuse matemaatika rakendusvõimalustest ning tihedast seotusest õpilasi ümbritseva maailmaga. Eriti niisuguste teemade puhul, kus on vaja lõimida nii ainesiseseid kui ka ainetevahelisi ja -üleseid aspekte, on efektiivseim multidistsiplinaarne lähenemine. Näiteks saaks ühisteemana käsitleda meetermõõdustiku teket, levikut, selle seost Pariisi Kommuuniga, teaduse ja tehnika revolutsiooniga, jne. Seda teemat sügavuti avades on võimalik kasutada nii matemaikat kui ka ajalugu, ühiskonnaõpetust, geograafiat, kirjandust, võõrkeeli jt õppeaineid. Küllap on reaalses koolitöös selliseid metateemasid siiski raske erinevate ainete sama nädala tundide kavasse lülitada ilma õppeainete loogilist struktuuri kahjustamata. Seevastu on interdistsiplinaarset vaadet teemale kerge rakendada õpilaste loovtöodes, uurimistöodes, kollektiivsete ettekannete koostamises õpilaste teaduskonverentsiks, projektõppes vms. Oluline on kavandada kooli õppekavas õpilastel tekkinud sisemise lõimingu taseme määramist.

8. Läbivad teemad

Õppekava üldosas toodud läbivad teemad realiseeritakse gümnaasiumi matemaatikaõpetuses eelkõige õppetegevuse sihipärase korraldamise ning ülesannete elulise sisu kaudu.

Läbiv teema

„Elukestev õpe ja karjääriplaneerimine”

seostub kogu õppes järk-järgult kujundatava õppimise vajaduse tajumise ning iseseisva õppimise oskuse arendamise kaudu. Enda tunnetuslike võimete reaalne hindamine on üks tähtsamaid edasise karjääriplaneerimise lähtetingimusi. Seega on oluline, et noor inimene saab matemaatikatundides hinnangu oma võimele abstraktselt ja loogiliselt mõelda, et selle põhjal oma karjääriplaneerimist korrigeerida, ent ka oma tunnetuslikke võimeid arendada.

Läbiva teema

„Keskkond ja jätkusuutlik areng”

probleemistik jõuab matemaatikakursusesse eelkõige seal esitatavate ülesannete kaudu, milles kasutatakse reaalseid andmeid keskkonnaressursside kasutamise kohta. Neid andmeid analüüsides arendatakse säästvat suhtumist ümbritseva suhtes ning õpetatakse väärtustama elukeskkonda. Võimalikud on õuesõppetunnid ja õppekäigud. Eesmärk on saavutada, et õpilased õpiksid võtma isiklikku vastutust jätkusuutliku tuleviku eest ning omandama vastavaid väärtushinnanguid ja käitumisnorme. Kujundatakse kriitilist mõtlemist ja probleemide lahendamise oskust ning analüüsitakse keskkonna ja inimarengu perspektiive. Seda teemat käsitledes on tähtsal kohal protsentarvutus, muutumist ja seoseid

kirjeldav matemaatika ning statistika elemendid.

Teema

„Kultuuriline identiteet”

seostamisel matemaatikaga on olulisel kohal matemaatika ajaloo elementide tutvustamine ning ühiskonna ja matemaatikateaduse arengu seostamine. Protsentarvutuse ja statistika järgi saab kirjeldada ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses mitmekultuurilisuse teemaga (eri rahvused, erinevad usundid, erinev sotsiaalne positsioon ühiskonnas jt).

Läbiva teema

„Kodanikualgatus ja ettevõtlikkus”

käsitlemine realiseerub eelkõige matemaatika ning teisi õppeaineid ja igapäevaelu integreerivate ühistegevuste kaudu (uurimistööd, rühmatööd, projektid jt).

Eriti tähtsaks on muutunud teema

„Tehnoloogia ja innovatsioon”.

Matemaatikakursuse lõimingute kaudu tehnoloogia ja loodusainetega saavad õpilased ettekujutuse tehnoloogiliste protsesside kirjeldamise ning modelleerimise meetoditest. Õpilast suunatakse kasutama IKT elulisi probleeme lahendades ning oma õppimist ja tööd tõhustades. Matemaatikaõpetus peaks igati pakkuma võimalusi ise avastada ja märgata seaduspärasusi ning seeläbi aitama kaasa loovate inimeste kujunemisele. Seaduspärasusi avastades kasutatakse mitmesugust õpitarkvara.

Teema

„Teabekeskkond”

seondub eriti oma meediamanipulatsioonide hõlmavas osas tihedalt matemaatikakursuses käsitletavate statistiliste protseduuride ja protsentarvutusega. Õpilast juhatakse arendama kriitilise teabeanalüüsi oskusi.

Läbiv teema

„Tervis ja ohutus”

realiseerub matemaatikakursuses ohutus- ja tervishoiualaseid reaalseid andmeid sisaldavate ülesannete kaudu (nt liikluskeskkonna ohutuse seos sõidukite liikumise kiirusega, nakkushaiguste leviku eksponentsiaalne olemus, muid riskitegureid hõlmavate andmetega protsentülesanded ja graafikud). Matemaatikat õpetades ei saa alahinnata õpilaste positiivsete emotsioonide teket (nt kaunitest konstruktsioonidest, haaravatest probleemülesannetest).

Teema

„Väärtused ja kõlblus”

külgnub matemaatika õppimisel eelkõige selle kõlbelise

komponendiga – korralikkuse, hoolsuse, süstemaatilisuse, järjekindluse, püsivuse ja aususe kasvatamisega. Õpetaja eeskujul on tähtis osa tolerantse suhtumise kujunemisel erinevate võimete õpilastesse.

9. Hindamine

Matemaatika õpitulemusi hinnates võetakse aluseks tunnetuslikud protsessid ja nende hierarhiline ülesehitus.

1. Faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, info leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine.
2. Teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine.
3. Arutlemine: põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine.

Hindamise vormidena kasutatakse kujundavat ja kokkuvõtvat hindamist. Kujundav hindamine annab infot ülesannete üldise lahendamisoskuse ja matemaatilise mõtlemise ning õpilase suhtumise kohta matemaatikasse. Kujundav hindamine on enamasti mitterutiiniline.

1. Õppetunni või muu õppetegevuse ajal antakse õpilasele tagasisidet aine ja ainevaldkonna teadmiste ja oskuste ning õpilase hoiakute ja väärtuste kohta.
 2. Koostöös kaaslaste ja õpetajaga saab õpilane seatud eesmärkide ja õpitulemuste põhjal julgustavat ning konstruktiivset tagasisidet oma tugevuste ja nõrkuste kohta.
 3. Praktiliste tööde ja ülesannete puhul ei hinnata mitte ainult töö tulemust, vaid ka protsessi.
 4. Kirjalikke ülesandeid hinnates parandatakse ka õigekirjavead, mida hindamisel ei arvestata.
- Kokkuvõtva hindamise korral võrreldakse õpilase arengut õppekavas toodud oodatavate õpitulemustega, kasutades numbrilist hindamist. Õpitulemuste saavutatust hinnatakse tunnikontrollide ja kontrolltöödega ning muude kontrollivõtetega. Kursuse kokkuvõttev hinne kujundatakse nende ja vajaduse korral kursust kokku võtva kontrollivormi tulemuste alusel. Õpilaste teadmisi ja oskusi kontrollitakse eespool esitatud kolmel tasemel: teadmine, rakendamine ning arutlemine. Õpilase teadmisi ja oskusi hinnatakse **rahuldava** hindega, kui ta on omandanud matemaatika ainekavas esitatud õpitulemused teadmise ja rutiinsete ülesannete lahendamise tasemel, ning **väga hea** hindega, kui ta on omandanud õpitulemused arutlemise tasemel. Kui õpitulemused omandatakse teadmiste rakendamise tasemel, hinnatakse neid hindega „**neli**”.

10. Kasutatav õppekirjandus ja õppevahendid

Õppevahendid

Klassis on joonestusvahendid, internetühendus, tasapinnalised kujundid, ruumilised kehad, taskuarvutid.

Füüsiline õpikeskkond

1. Kool korraldab õppe klassis, kus on tahvlile joonestamise vahendid.
2. Kool võimaldab vajaduse korral kasutada internetiühendusega sülearvutite või lauaarvutite komplekti arvestusega vähemalt üks arvuti viie õpilase kohta.
3. Kool võimaldab tasandiliste ja ruumiliste kujundite komplektid.
4. Kool võimaldab kasutada klassiruumis taskuarvutite komplekti.